Cours de LICENCE ISACP
Calibrage des systèmes de Vision

Christophe BLANC

LASMEA
Laboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique, et d'Automatique
UMR 6602 du CNRS, Université Blaise-Pascal de Clermont-Ferrand
christophe.blanc@lasmea.univ-bpclermont.fr
www.christophe-blanc.info

Source : Jean-Marc Lavest, « Etalonnage des systèmes de vision »

1 Introduction

Le calibrage d'un système de vision consiste à déterminer une relation mathématique existant entre les coordonnées tridimensionnelles (3D) des points d'une scène et les coordonnées bidimensionnelles (2D) de ces mêmes points projetés, détectés dans une image.

La détermination de cette relation est une étape incontournable en Vision, en particulier pour la reconstruction, où il est alors possible d'inférer une information tridimensionnelle à partir de données extraites de l'image (2D). En réalité le champ d'application est plus large et le calibrage s'avère dès lors qu'il faut établir une relation entre l'image et le monde 3D : Reconnaissance et localisation d'objets, contrôle de dimensionnement de pièces, reconstruction de l'environnement pour la navigation d'un robot mobile.

L'analyse complète du calibrage d'un système de vision doit prendre en compte l'ensemble de phénomènes photométrique, optique et électronique présents sur toute une chaîne d'acquisition d'images.

En général, un système permettant de calibrer une caméra est composé par :

- Une mire de calibrage (grille ou objet étalon) généralement constituée de points de référence dont on connaît parfaitement les coordonnées 3D dans un repère lié à l'étalon,

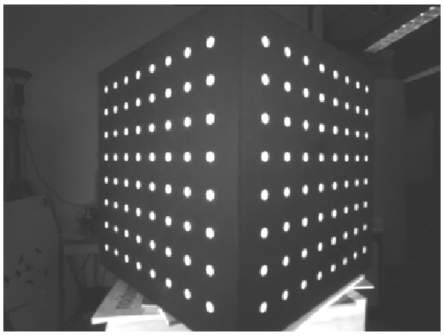

Figure 1. Mire de calibrage

- Un système d'acquisition d'images pour la numérisation et la mémorisation des images de la mire,
- Un algorithme de mise en correspondance des points 2D détectés dans les images avec leurs homologues de la mire,
- Un algorithme de calcul de la matrice de transformation perspective de la caméra, liant le repère associé à la mire de calibrage à celui du contenu de l'image.

Le problème du calibrage des caméras CCD se décompose généralement en une étude de calibrage géométrique (calcul de la matrice de projection) et un calibrage radiométrique (uniformité de la luminance dans l'image). Le premier problème a donné lieu à une littérature dense, le second est quant à lui moins étudié.

Nous aborderons dans ce cours le problème du calibrage géométrique en s'intéressant essentiellement à la formulation générale du problème de calibrage. La détermination des paramètres intervenant dans l'expression analytique de la formation d'une image ne sera pas traitée dans ce cours.

2 Formulation générale du problème de calibrage

Le processus de calibrage est un processus supervisé nécessitant souvent l'intervention de l'opérateur. C'est un processus statique qui s'effectue hors-ligne, avant l'utilisation de la caméra pour une tâche visuelle précise. Une fois la caméra calibrée, ses paramètres doivent rester fixes en cours d'utilisation. Chaque fois que l'on désire modifier la mise au point, la distance focale voire l'ouverture de l'objectif, la caméra devra être calibrée.

2.1 Formulation du problème

Soit un système d'acquisition d'images (Figure 1. Système d'acquisition d'images).

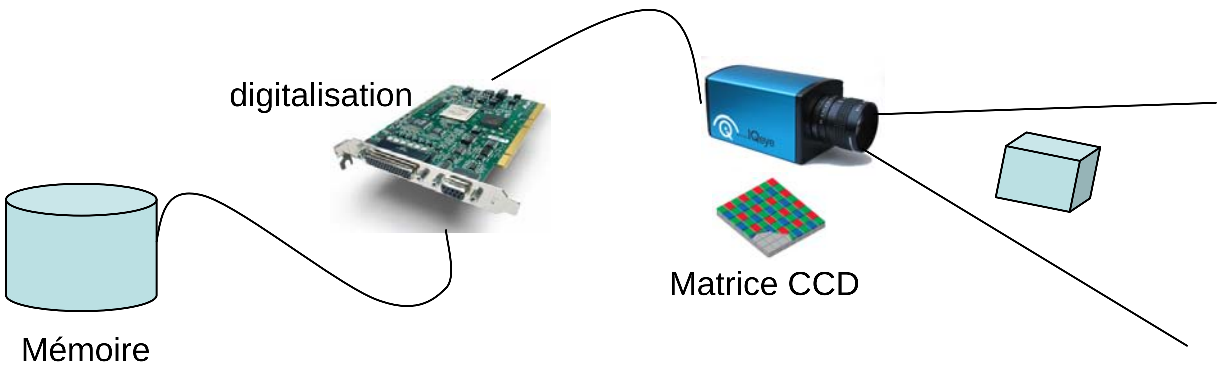

Figure 2. Système d'acquisition d'images

Calibrer le système revient à déterminer la transformation (R^3, R^2) qui permet d'exprimer sous forme analytique le processus de formation d'images.

2.2 Modélisation de la caméra et de l'objectif : le modèle sténopé

L'optique géométrique classique voudrait qu'on utilise des modèles à lentilles épaisses ou à lentilles minces. La difficulté d'exprimer de façon simple les contraintes de vergence, nous pousse à recourir au modèle sténopé (pin-hole model) où tous les rayons passent par un seul et même point (le centre optique). La cellule photosensible (plan image) se situe à une distance f de ce centre et représente la distance focale ou tirage de l'objectif.

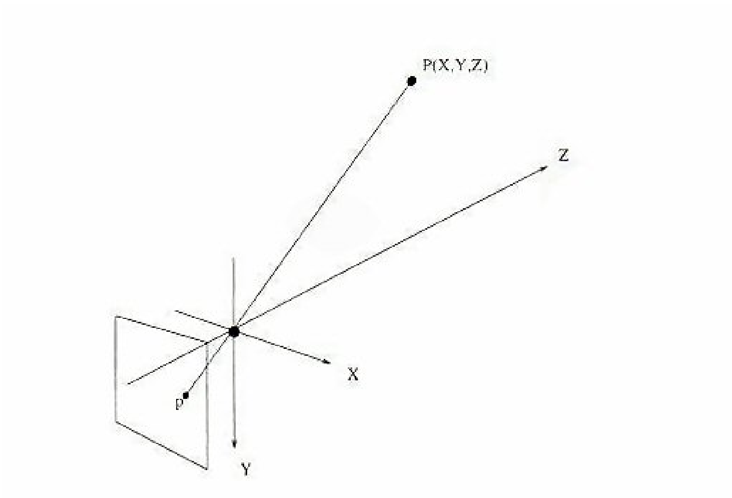

Figure 3. Géométrie d'un système de formation d'images

Notons que l'image obtenue est normalement inversée par rapport à la scène vue par l'œil. Pour pallier ce problème on place artificiellement le plan image devant le centre optique (d'un point de vue physique, cet artifice est réalisé en lisant la matrice CCD de manière à obtenir l'inversion de l'image).

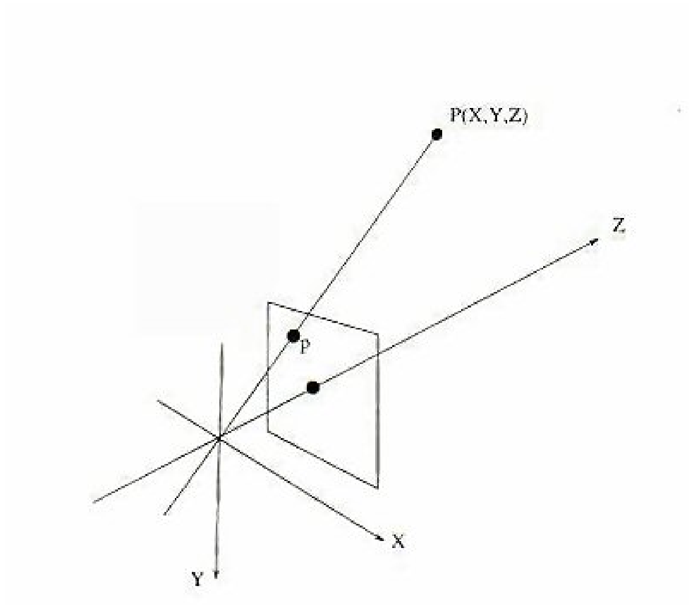

Figure 4. Plan image défini devant le centre optique

2.3 Formation d'images : La Projection perspective

Dans la littérature, nous trouvons plusieurs types de projection d'images ; orthographique, orthographique à l'échelle et perspective. C'est cette dernière famille qui retiendra notre attention pour sa meilleure adéquation à la réalité physique.

Dans ce paragraphe nous utiliserons les notations suivantes :

- R_c : Repère Caméra (axe z confondu avec l'axe optique)

- R_w : Repère lié à la modélisation de l'objet
- (u,v) : Repère Image (prenant en compte la digitalisation)

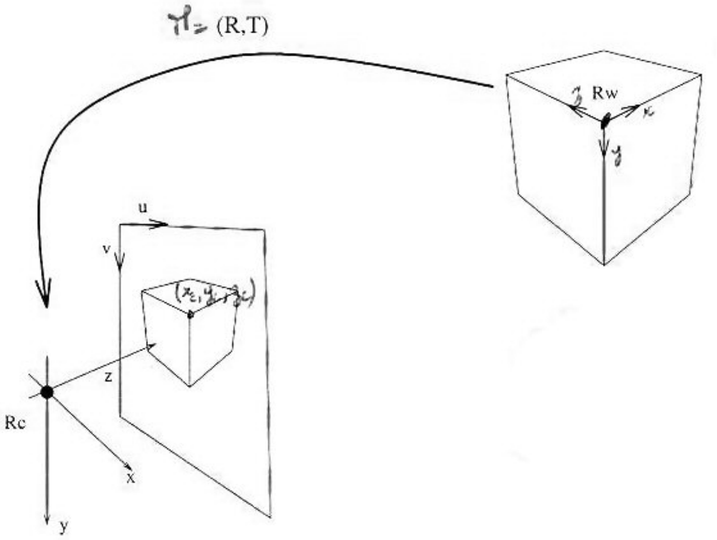

Figure 5. Différents Repères nécessaires au calibrage

2.4 Changement de repère Objet/Caméra

Ce premier changement de repère permet d'exprimer les coordonnées de la mire ou de l'étalon, (positionné dans l'espace) dans le référentiel lié à la caméra. Comme on peut le noter, ce changement de repère s'exprimer par une transformation composée d'une rotation et d'une translation.

$$P_c = (M_1).P_w$$

$$P_c = \begin{pmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_c = \begin{pmatrix} r_{x/x} & r_{x/y} & r_{x/z} & t_x \\ r_{y/x} & r_{y/y} & r_{y/z} & t_y \\ r_{z/x} & r_{z/y} & r_{z/z} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} X_c = r_{x/x}X_w + r_{x/y}Y_w + r_{x/z}Z_w + t_x \\ \ldots \end{array} \right.$$

- P_w les coordonnées 3D d'un point de la mire, exprimées dans le repère de modélisation

- P_c les coordonnées du même point 3D exprimées dans le repère caméra.

Les matrices de rotation et de translation ($R_{(3x3)}$ et $T_{(3x1)}$) sont définies dans le repère de la caméra. Le couplage de (R,T) dans une même notation matricielle nécessite d'utiliser une notation en coordonnées homogènes.

Matrices de rotation :

- Rotation de φ degrés autour de l'axe des X :

$$R_X(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

- Rotation de α degrés autour de l'axe des Y :

$$R_Y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

- Rotation de θ degrés autour de l'axe des Z :

$$R_Z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R(\varphi,\alpha,\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\alpha & \cos\theta\sin\alpha\sin\varphi - \sin\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\alpha\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha\sin\varphi + \cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\alpha\cos\varphi - \cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\alpha & \cos\alpha\sin\varphi & \cos\alpha\cos\varphi \end{pmatrix}$$

2.5 Changement de repère Caméra/Image

Le passage du repère caméra au repère image est lié aux équations de projection perspective. De manière classique, ces équations sont de la forme :

$$\begin{aligned} x &= X_c f / Z_c \\ y &= Y_c f / Z_c \\ z &= f \end{aligned}$$

En coordonnées homogènes, le système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} sx \\ sy \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

Attention, les notations homogènes introduisent un facteur multiplicatif s, lors du passage (R^3, R^2) :

<u>Démonstration</u>

$$\begin{cases} sx = fX_c \\ sy = fY_c \\ s = Z_c \end{cases}$$

en substituant s :

$$\begin{cases} x = X_c f / Z_c \\ y = Y_c f / Z_c \end{cases}$$

2.6 Changement de coordonnées dans le plan image

<u>Remarque :</u> Il est nécessaire d'inclure la différence de pas, selon les coordonnées x et y, relatives d'une part à la forme du pixel élémentaire sur la matrice CCD, d'autre part à la cadence d'échantillonnage du signal vidéo.

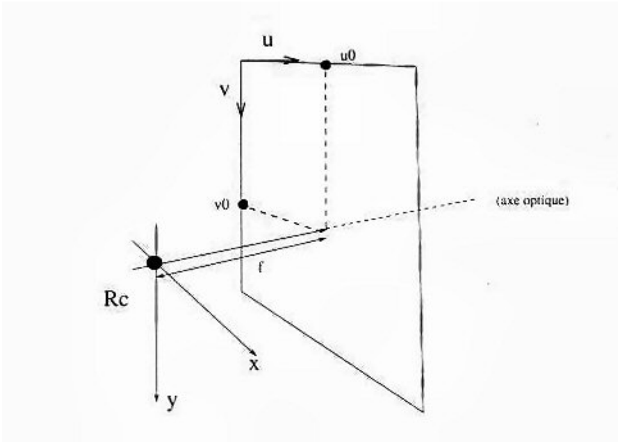

Figure 6. Système de coodonnées sur la matrice CCD

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & 0 & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} sx \\ sy \\ s \end{bmatrix}$$

soit encore, les équations classiques de changement de repère (Coordonnées Caméra/Coordonnées Pixel) :

$$\begin{cases} u = x/dx + u_0 \\ v = y/dy + v_0 \end{cases}$$

- (u_0, v_0) représentent les coordonnées (en pixel) dans l'image, de l'intersection de l'axe optique et du plan image (origine du changement de repère).
- (dx, dy) sont les dimensions respectivement selon x et y d'un pixel élémentaire de la matrice CCD.

2.7 Expression générale

Le système complet de formation d'images s'exprime alors par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & 0 & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & 0 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

où :

- (X_w, Y_w, Z_w) sont les coordonnées 3D d'un point de calibrage appartenant à l'étalon,
- (u, v) sont les coordonnées 2D dans l'image de la projection de ce point,
- (u_0, v_0, f, dx, dy) sont appelés les <u>paramètres intrinsèques</u> de calibrage. Ils sont propres au système d'acquisition,

- $(R_{(11,...,33)}, T_{(x,y,z)})$ sont appelés paramètres extrinsèques de calibrage. Ils donnent la localisation de l'étalon dans le repère caméra, au moment de la prise de vue.

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = M_{\text{int}} M_{ext} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M_{(3\times 4)} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

M est appelée matrice de calibrage du système.
Elle se décompose en

- 5 paramètres intrinsèques propres à la caméra.

On utilise généralement la matrice M_{int} sous la forme :

$$\begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f/dy & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

En posant :

$$\left.\begin{matrix} f_x = f/dx \\ f_y = f/dy \end{matrix}\right\} \rightarrow (f_x / f_y = dx/dy)$$

Le rapport dx/dy représente le rapport pixel ; à dx connu (fourni par le constructeur de la caméra) l'estimation des paramètres intrinsèques se ramène au calcul de 4 paramètres (f_x, f_y, u_0, v_0).

- 12 paramètres extrinsèques, (9 pour la rotation, 3 pour la translation), indépendants de la caméra.

2.8 Formulation du problème de calibrage

Calibrer un système de vision, c'est être capable de déterminer tous les paramètres intervenant dans l'expression analytique de la formation d'une image.

Problème :

Etant donné un nombre n d'appariements 3D-2D $(X_w, Y_w, Z_w; u, v)$ entre une mire et son image, déterminer les 16 paramètres de formation d'images